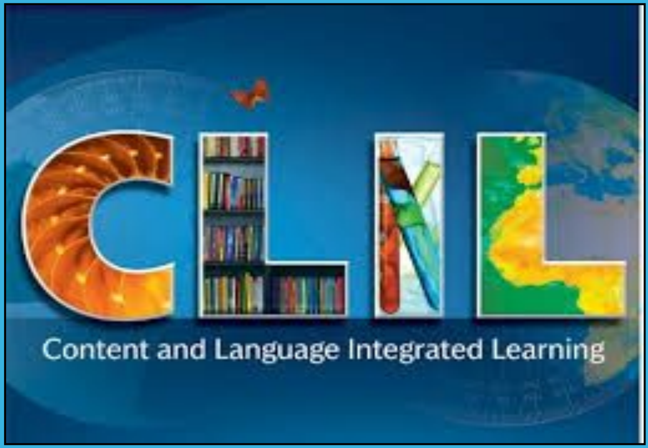
INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL : le problème de la tangente



GLOSSAIRE

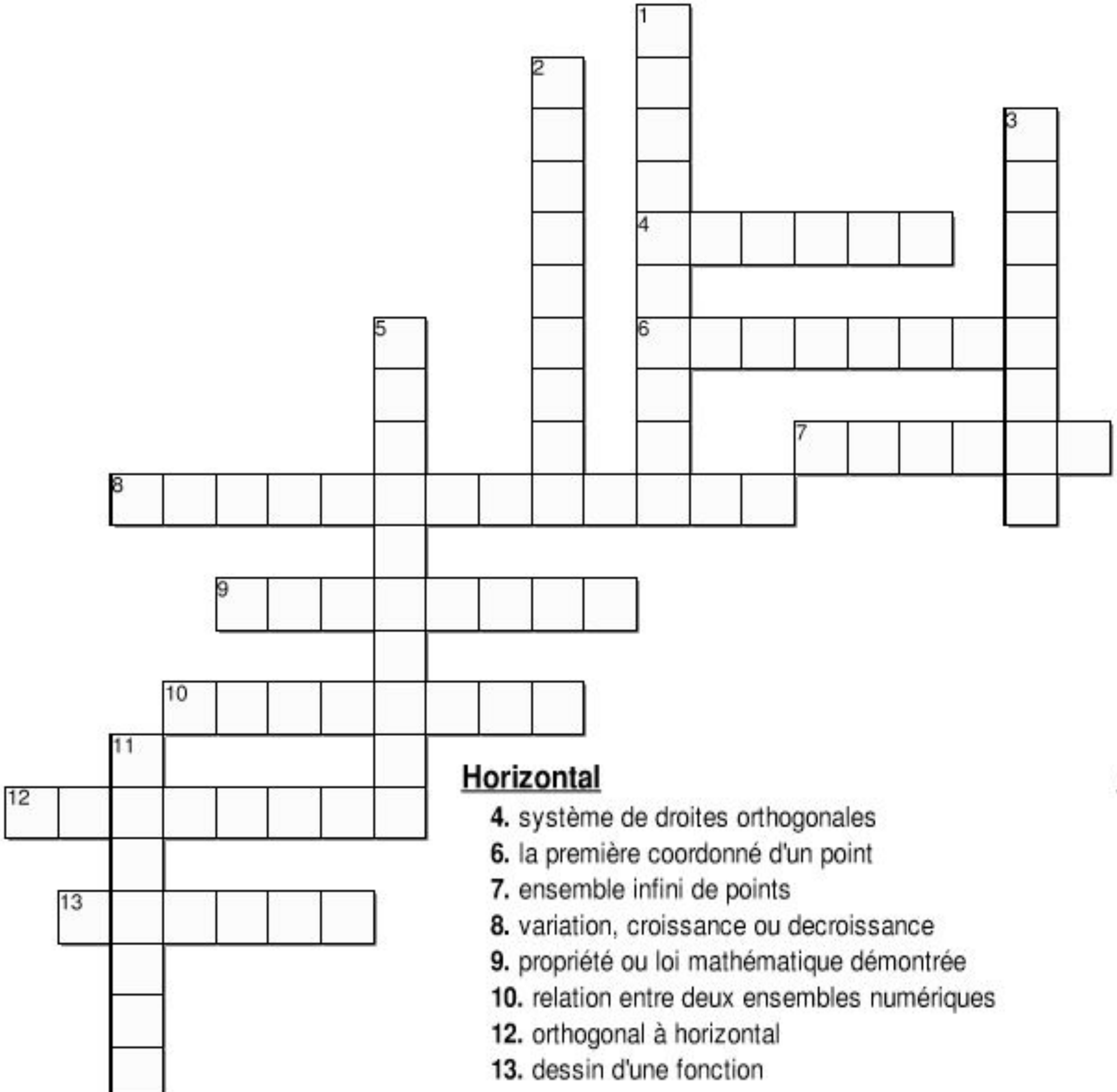
fonction
limite
droite
coefficient directeur
pente d’une droite
sécante
tangente
taux d’accroissement
nombre dérivé
fonction dérivée

Newton, Leibniz et Usain Bolt

Introduction au calcul différentiel

Name: ______________________________

Mots clés croisés



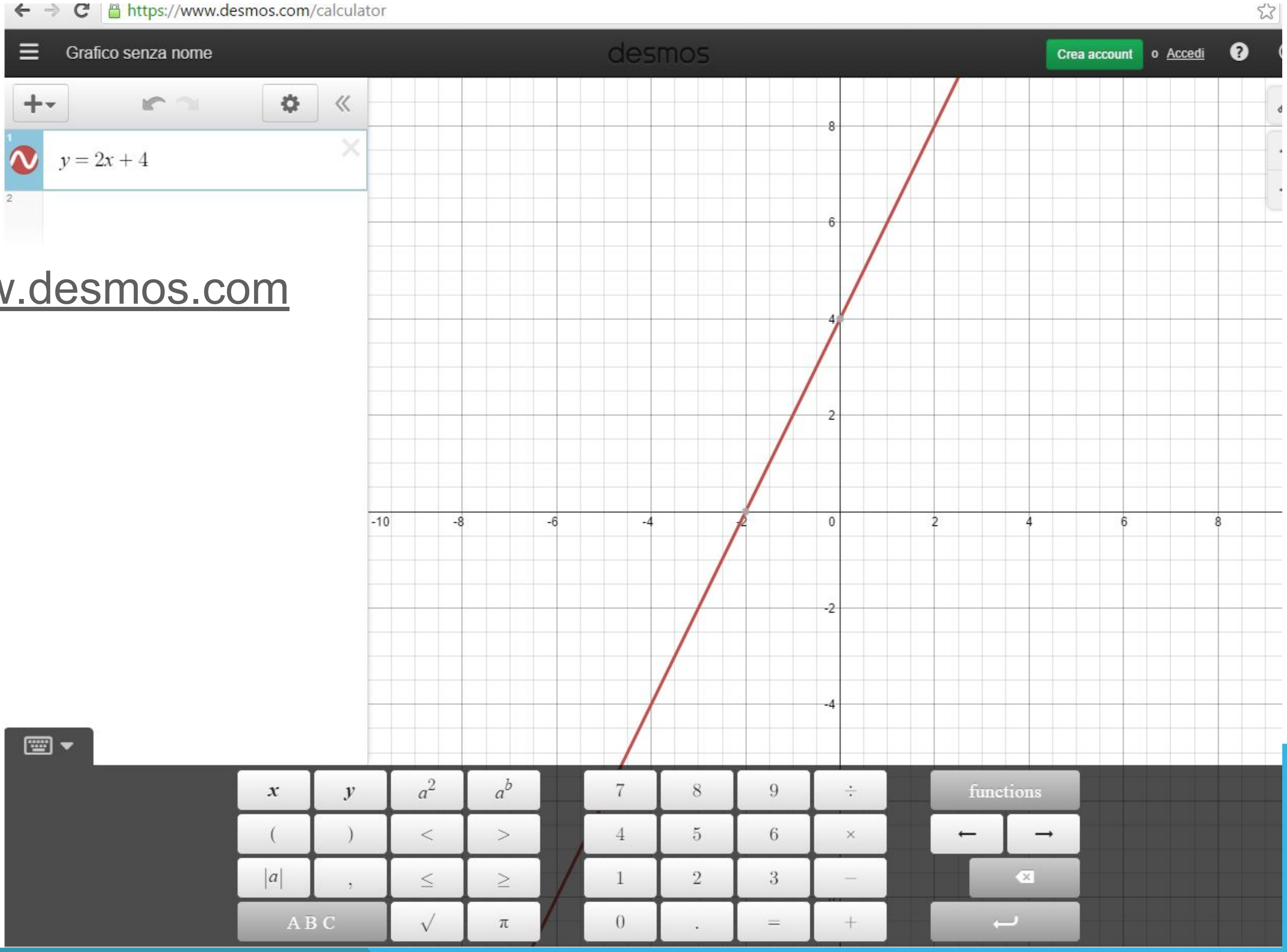
Horizontal

4. système de droites orthogonales
6. la première coordonné d'un point
7. ensemble infini de points
8. variation, croissance ou decroissance
9. propriété ou loi mathématique démontrée
10. relation entre deux ensembles numériques
12. orthogonal à horizontal
13. dessin d'une fonction

Vertical

1. sous-ensemble de la droite des réels
2. droite à laquelle s'approche une courbe
3. droite qui touche une courbe dans un point
5. orthogonal à vertical
11. la deuxième coordonné d'un point

COEFFICIENT DIRECTEUR D'UNE DROITE



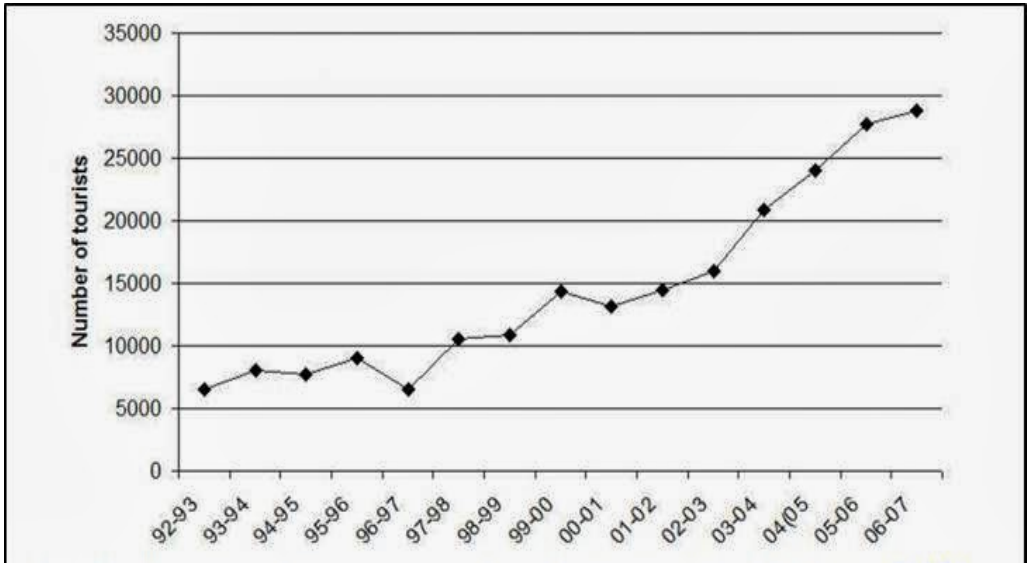
www.desmos.com

TAUX D'ACCROISSEMENT D'UN PHÉNOMÈNE

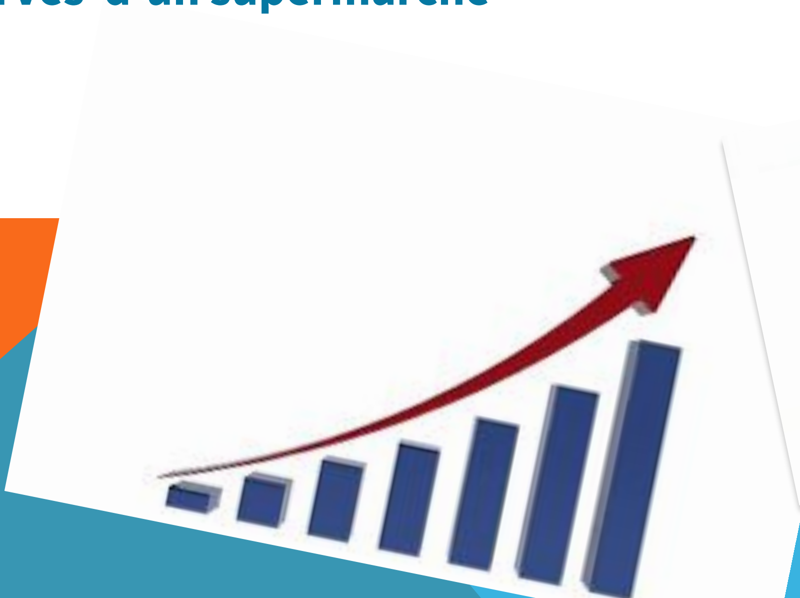
… le taux d'accroissement d'une population (d'individus, de bactères, des cellules d'un organisme…) dans le temps

…le taux d'accroissement de la valeur d'une monnaie dans le temps

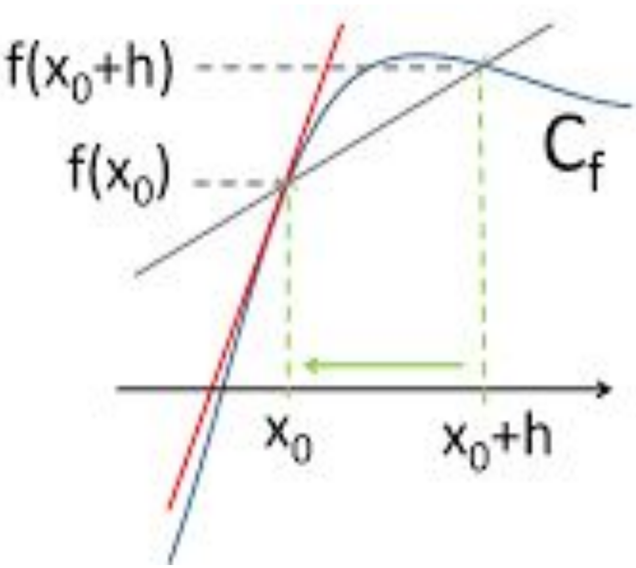
…le taux d'accroissement (négatif) du niveau des réserves d'un supermarché



Evolution du nombre de touristes ayant visité l'Antarctique entre 1992 et 2007. Source : IAATO

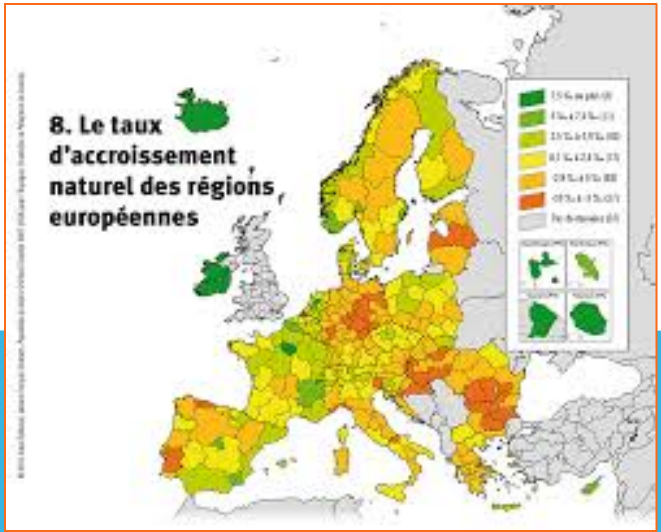


Le taux d'accroissement

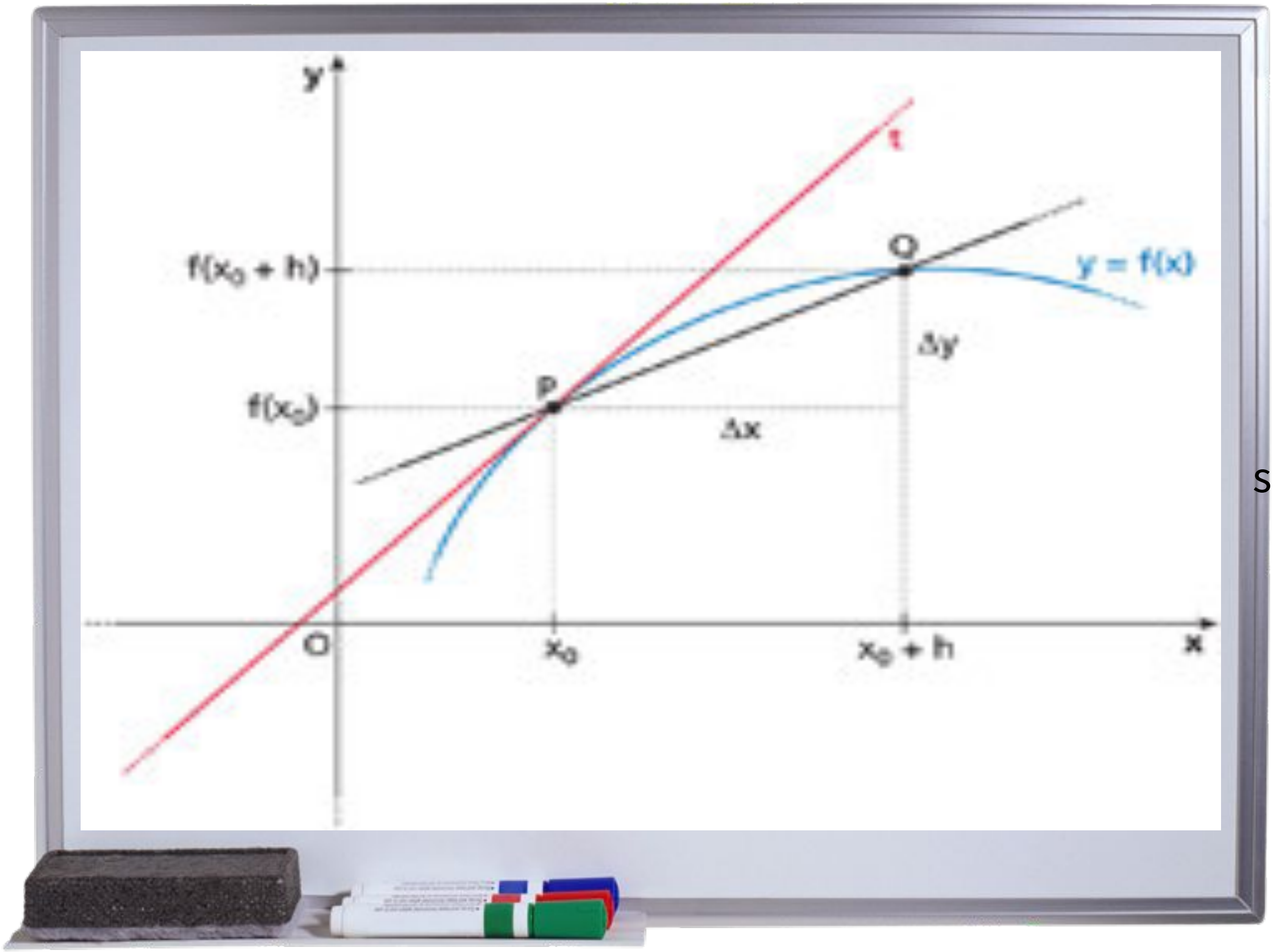


coef. directeur

$$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$



DÉRIVÉE D'UNE FONCTION EN UN POINT



s

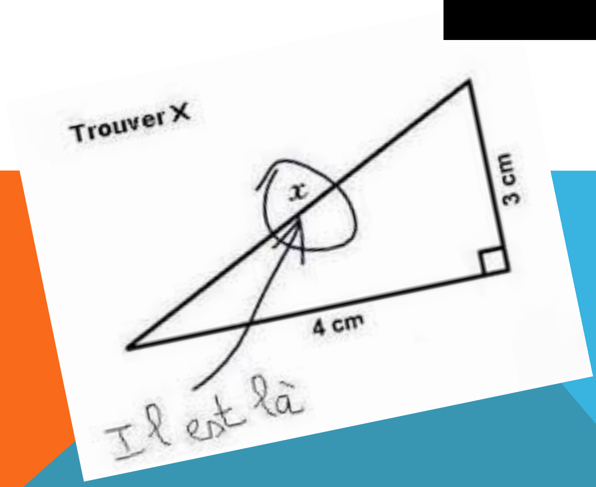
FONCTION DÉRIVABLE EN UN POINT

- On dit que une fonction y=f(x) est dérivable en un point P(a, f(a)) si le nombre dérivé

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

est fini

Découverte du nombre dérivé d’une fonction en un point



FONCTION DÉRIVABLE SUR UN INTERVALLE I

Une fonction y=f(x) est dérivable sur un intervalle I si elle est dérivable en tout points de l' intervalle I

L'intervalle noté :	est l'ensemble des réels x tels que :	Représentation (en rouge) :
$[a;b]$	$a \leq x \leq b$	
$[a;b[$	$a \leq x < b$	
$]a;b]$	$a < x \leq b$	
$]a;b[$	$a < x < b$	

DROITE TANGENTE À UNE COURBE EN UN POINT

f'(a) est donc le coefficient directeur de la droite tangente en un point à la fonction y=f(x)

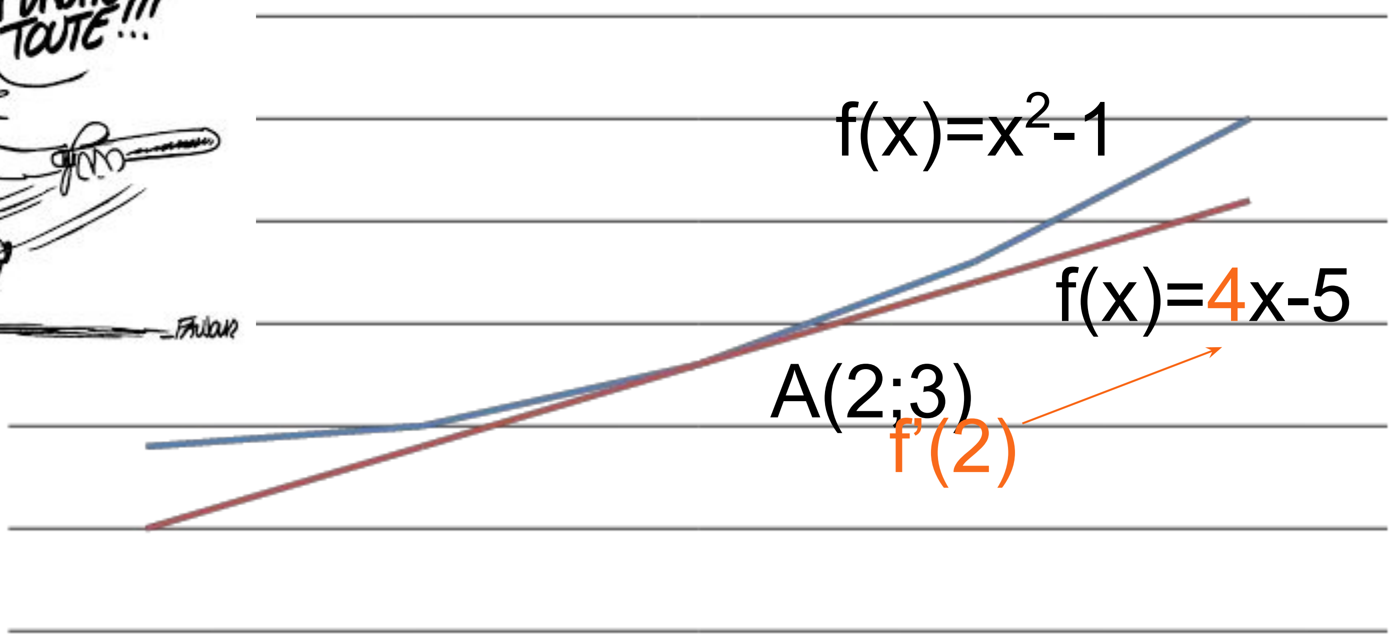
Pour trouver la droite tangente à une fonction en un point on peut utiliser:

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

et puisque m= f'(a) , la formule devient alors:

$$y-y_0= f'(a)\,(x-x_0)$$

NOMBRE DÉRIVÉ EN UN POINT ET SON INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE



Name: ______________________________

Complétez

Utilisez les mots pour compléter les phrases suivantes

coefficient	dérivées
fonctions	d'abscisse
croissante	dérivable
decroissante	dérivée
directeur	somme
intervalle	tangente

1. Si f est dérivable en tout point __________ x d'un intervalle I, on dit que f est __________ sur I
2. On note f' fonction __________ de f
3. La dérivée de la somme de deux fonctions définies et dérivables sur un meme __________ I est la __________ des __________ de ce deux __________
4. Si f' >=0, f est __________
5. Si f' <=0, f est __________
6. f'(a) est le __________ __________ de la __________ en a

FONCTION DÉRIVÉE

- Qu'est-ce qu'il arrive si on calcule la dérivée dans un point variable, c'est à dire dans un point P(x, f(x)) générique?

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h},$$

On obtient une fonction, que l'on appelle fonction dérivée et qui, point par point, représente le coefficient directeur de la droite tangente à la fonction y=f(x).

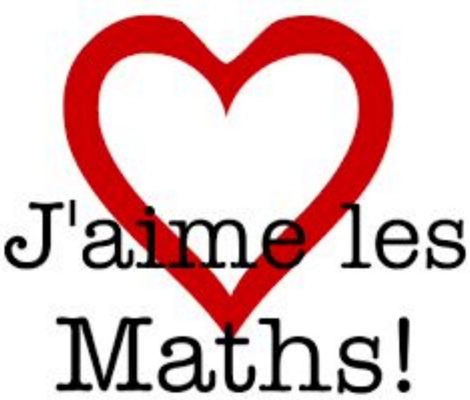
ACTIVITE D'ENTRAINEMENT

Ecrire l'équation de la droite tangente à la fonction $y=x^3$ en son point d'abscisse 1. On demande ensuite de justifier graphiquement le résultat obtenu.

Ecrire l'équation de la droite tangente à la fonction $y=1/x$ en son point d'abscisse 2 et justifier graphiquement le résultat.

Contrôle des connaissances : nombre dérivé, dérivée, tangente en un point

test en ligne



SITOGRAPHIE

- https://fr.khanacademy.org/math/differential-calculus/taking-derivatives/intro_differential_calc/v/newton-leibniz-and-usain-bolt
- https://www.desmos.com/calculator
- https://www.youtube.com/watch?v=LpnoECEq3fw
- https://fr.khanacademy.org/math/differential-calculus/taking-derivatives/taking-derivatives-skill-checks/e/skill-check--tangent-lines